Lemma 2.18

Proof: Let $u \in X \setminus \{\bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)\}$

Then $u \notin \bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)$

$\Rightarrow u \notin T^{-1}(y)$ for any $y \in A$.

$\Rightarrow y \notin T(u)$ for any $y \in A$.

$\Rightarrow T(u) \subset Y \setminus A$

$\Rightarrow u \in \{x \in X : T(x) \subset Y \setminus A\}$.

Conversely, suppose that $u \in B = \{x \in X : T(x) \subset Y \setminus A\}$

Then $T(u) \subset Y \setminus A$.

$\Rightarrow u \notin T^{-1}(y)$ for any $y \in A$

$\Rightarrow u \notin \bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)$

$\Rightarrow u \in X \setminus \{\bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)\}$.

For any subset A of Y,

$T^+(A) = \{x \in X : T(x) \cap A \neq \phi\}$.

Proof of Lemma 2.19:

Let $x \in T^+(A)$. Then $T(x) \cap A \neq \phi$.

Let $y \in T(x) \cap A \Rightarrow y \in Tx$ & $y \in A$

$\Rightarrow x \in T^{-1}(y)$, $y \in A$

$\Rightarrow x \in \bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)$

$\Rightarrow T_+(A) \subset \bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)$

Conversely, let $u \in \bigcup_{y \in A} T^{-1}(y)$

Then $u \in T^{-1}(y)$ for some $y \in A$

$\Rightarrow y \in T(u)$, $y \in A$

$\Rightarrow y \in T(u) \cap A$

$\Rightarrow u \in T_+(A)$.

Scanned with CamScanner